International Conference on Optimization, Simulation and Control

Взаимосвязь синхронности и квадратичной формы.

Iamara Shankushvili, PhD Physical and Mathematical Sciences; Associate prof.,
Georgian Technical University.

Abstract

В работе приводится дальнейшее развитие понятий синхронности функции: установлена, что существует связь между понятием слабой синхронности функции и с положительной определенностью квадратичной формы. Приложения и свойства см. [1,2].

Introduction

Математические модели всех известных классических понятии синхронности (синхронизм, синхрония, синхронность различных агрегатов и машин, синхронизация и т.д) из самых различных областей является естественными примерами приведенных определений. Любой живой организм есть единое целое отдельных составляющих его органов, взаимосвязанных и функционирующих по законам синхронности.

Понятия синхронности имеют весьма широкий спектр приложений в самых различных областях науки: в технике, химии, физике, теории вероятностей, экономике, биологии и т.п

В работе рассмотрено дальнейшее развитие синхронности функций.

Справедлива следующая

Теорема . *Пусть измеримые функции f(x) , g(x) и произведение f(x)g(x) суммируемы на измеримом множестве Ω. Для того чтобы функции f(x) и g(x) были слабо синхронны на Ω необходимо и достаточно чтобы квадратичная форма*

$$\Psi(\alpha,\beta)=\iint\limits_{\Omega\Omega}[\alpha\, f(t)-\beta\, f(y)]\,[\alpha\, g(t)-\beta\, g(y)]\,dt\,dy\ \geq\ 0$$

была неотрицательно определенной на Ω .

Results

Можно сформулировать следующее определение слабой синхронности двух функций f(x) и g(x).

Определение 1*. Суммируемые на множестве Ω функции f(x) и g(x) назовем слабосинхронными на Ω если квадратичная форма* $\Psi(\alpha,\beta)$ *является неотрицательно определенной для всех* α и β.

Рассмотрим весовую ситуацию. Пусть *P(x) вес* положительна и суммируема на измеримом множестве Ω вложенного в R^n.

Теорема 1*. Пусть функции f(x) , g(x) и их произведение f(x)g(x) суммируемы на измеримом множестве Ω с весом P(x). Тогда для справедливости неравенства типа Чебышева*

$$\int_\Omega P(t)dt \int_\Omega \Omega\, f(t)g(t)dt \geq A\int_\Omega P(t)f(t)dt \int_\Omega P(t)\, g(t)dt$$

необходимо и достаточно, чтобы функции f(x) и g(x) были почти слабо синхронны с весом P(x) , а в случае обратного неравенства почти слабо антисинхронны.

Непросто бывает иногда установить слабую синхронность или почти слабую синхронность отдельных пар функций. Поэтому имеет значение отыскания определенных классов слабо синхронных или почти слабосинхронных функции.

В работе доказано, что выпуклые (вогнутые) функции слабо синхронны.

Теорема 2*. Пусть функции f(x) и g(x) непрерывны и выпуклы на [0,1]. Тогда справедливо неравенство*

$$\int_0^1 f(t)g(t)dt+\int_0^1 f(1-t)g(t)dt \geq 2\int_0^1 f(t)dt \int_0^1 g(t)dt.$$

Conclusions

В работе реализовано дальнейшее развитие понятия синхронности функции. Установлена связь слабой синхронности функции с положительной определенностью квадратичной формы. Показано, что выпуклые функции слабо синхронны. Приведены формулы которые хорошо приспособлены к интегральным уравнениям.

Contact

[Lamara]
[Georgian Technical University]
[Kostava st.-77, Tbilisi, Georgia]
[shankishvililamara08@gtu.ge]
[+995 577 400 515]

References

1. Chebyshev P. On approximating expressions of one integral by another. Proc. Math. soc. Kharkov, 2(1882), 93-98.

2. Yakubov A., Shankishvili L. Some inequalities for convolution integral transforms. *Integral Transform. Spec. Funct.* **2** (1994), no. 1, 65-76.